

Баташова Светлана Сергеевна

Batashova Svetlana Sergeevna

Студент

Student

Балаева Маргарита Олеговна

Balaeva Margarita Olegovna

Студент

Student

Погорелов Дмитрий Александрович

Pogorelov Dmitriy Alexandrovich

Старший Преподаватель

Senior lecturer

Смелкова Елизавета Андреевна

Smelkova Elizaveta Andreevna

Старший преподаватель

Senior lecturer

Московский Государственный Технический Университет

имени Н.Э. Баумана

Bauman Moscow State Technical University

ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ

АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

INVESTIGATION OF THE STABILITY OF LINEAR AUTOMATIC

CONTROL SYSTEMS

Аннотация: экспериментальное исследование устойчивости линейных САУ, исследование влияния параметров системы на устойчивость, определение критического передаточного коэффициента разомкнутой системы.

Ключевые слова: линейные САУ, устойчивость, критический передаточный коэффициент.

Abstract: experimental study of the stability of linear ACS, study of the influence of system parameters on stability, determination of the critical transfer coefficient of an open system.

Keywords: linear ACS, stability, the critical transfer coefficient.

### Выбор текста

Структурная схема системы управления уровнем жидкости в резервуаре (рисунок 1).

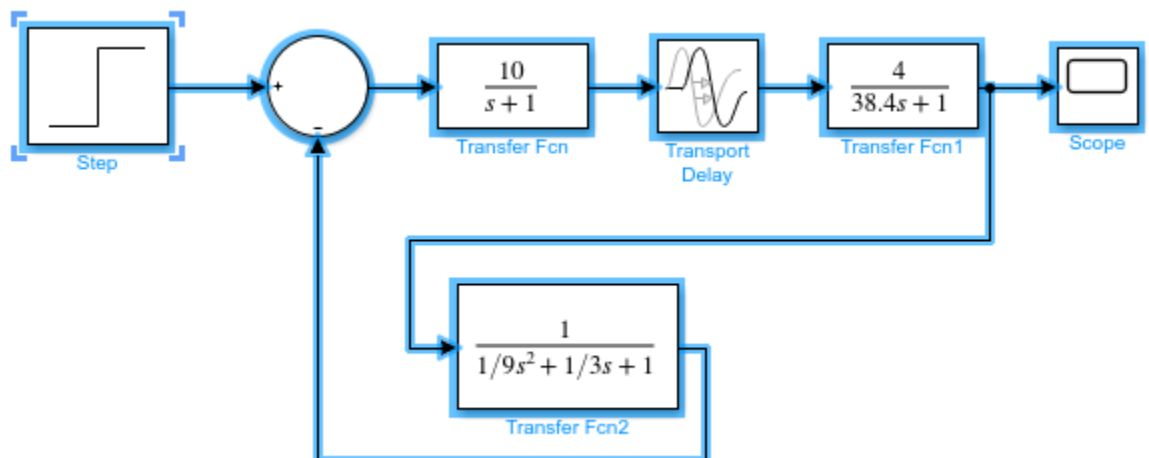


Рисунок 1 – Структурная схема системы управления уровнем жидкости в резервуаре

Исследуем выполнение необходимого условия устойчивости Рауса по коэффициентам характеристического полинома замкнутой системы.

```
num1=[10];den1=[1 1];
```

```
sys1=tf(num1,den1);
```

```
[num2,den2]=pade(1,2);
```

```
sys2=tf(num2,den2);
```

```

num3=[4];den3=[38.4 1];

sys3=tf(num3,den3);

num4=[1];den4=[1/9 1/3 1];

sys4=tf(num4,den4);

sys5=series(sys1,sys2);

sys6=series(sys5,sys3);

syss=feedback(sys6,sys4,-1);

sysm=minreal(syss)

```

```

sysm =
-----
1.042 s^4 - 3.125 s^3 + 3.125 s^2 - 18.75 s + 112.5
-----
s^6 + 10.03 s^5 + 48.26 s^4 + 130.3 s^3 + 210.7 s^2 + 56.91 s + 115.3

```

Для того чтобы вещественные части всех корней характеристического уравнения были отрицательны, необходимо и достаточно, чтобы все элементы первого столбца таблицы Рауса были отличны от нуля и имели один и тот же знак [1].

Таблица 1. Таблица Рауса

$p^n$	$a_0$	$a_2$	$a_4$	$a_6$	...
$p^{n-1}$	$a_1$	$a_3$	$a_5$	$a_7$	...
	$\alpha_{1,3} = \frac{a_1 a_2 - a_0 a_3}{a_1}$	$\alpha_{2,3} = \frac{a_1 a_4 - a_0 a_5}{a_1}$	$\alpha_{3,3} = \frac{a_1 a_6 - a_0 a_7}{a_1}$	$\alpha_{4,3} = \frac{a_1 a_8 - a_0 a_9}{a_1}$	...
	$\alpha_{1,4} = \frac{\alpha_{1,3} a_3 - a_1 \alpha_{2,3}}{\alpha_{1,3}}$	$\alpha_{2,4} = \frac{\alpha_{1,3} a_5 - a_1 \alpha_{3,3}}{\alpha_{1,3}}$	$\alpha_{3,4} = \frac{\alpha_{1,3} a_7 - a_1 \alpha_{4,3}}{\alpha_{1,3}}$	$\alpha_{4,4} = \frac{\alpha_{1,3} a_9 - a_1 \alpha_{5,3}}{\alpha_{1,3}}$	...
$p^0$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	

Исходя из критерия устойчивости Рауса, для устойчивости линейной стационарной системы необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты первого столбца таблицы Рауса были положительными. Коэффициенты

первого столбца Рауса не все являются положительными. Таким образом, система является неустойчивой.

Определение устойчивости по корням характеристического уравнения замкнутой системы

Определим устойчивость по корням характеристического уравнения замкнутой системы на основе теоремы А.М.Ляпунова.

```
num1=[10];den1=[1 1];
```

```
sys1=tf(num1,den1);
```

```
[num2,den2]=pade(1,2);
```

```
sys2=tf(num2,den2);
```

```
num3=[4];den3=[38.4 1];
```

```
sys3=tf(num3,den3);
```

```
num4=[1];den4=[1/9 1/3 1];
```

```
sys4=tf(num4,den4);
```

```
sys5=series(sys1,sys2);
```

```
sys6=series(sys5,sys3);
```

```
syss=feedback(sys6,sys4,-1);
```

```
syssm=minreal(syss);
```

```
p=pole(syssm)
```

```
p =
```

```
-3.7261 + 1.9846i
```

```
-3.7261 - 1.9846i
```

$$-1.3370 + 3.0242i$$

$$-1.3370 - 3.0242i$$

$$0.0501 + 0.7676i$$

$$0.0501 - 0.7676i$$

Согласно теореме А.М. Ляпунова, когда среди корней (характеристического уравнения) определяющего уравнения находятся такие, вещественные части которых положительные, невозмущенное движение неустойчиво. Таким образом, замкнутая система неустойчива.

Примените критерий устойчивости Гурвица или Рауса для исследования устойчивости системы, если передаточная функция замкнутой системы известна

$$m6 = [10.02 \ 130.1 \ 56 \ 0 \ 0 \ 0; 1 \ 48.22 \ 210.3 \ 115.2 \ 0 \ 0; 0 \ 10.02 \ 130.1 \ 56 \ 0 \ 0; 0 \ 1 \ 48.22 \ 210.3 \ 115.2 \ 0; 0 \ 0 \ 10.02 \ 130.1 \ 56 \ 0; 0 \ 0 \ 1 \ 48.262 \ 210.3 \ 115.2]$$

$$\Delta_6 = \det(m6)$$

$m6 =$

$$\begin{bmatrix} 10.0200 & 130.1000 & 56.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 1.0000 & 48.2200 & 210.3000 & 115.2000 & 0 & 0 \\ 0 & 10.0200 & 130.1000 & 56.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 48.2200 & 210.3000 & 115.2000 & 0 \\ 0 & 0 & 10.0200 & 130.1000 & 56.0000 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 48.2620 & 210.3000 & 115.2000 \end{bmatrix}$$

$$\Delta_6 = -1.1077e+10$$

Согласно критерию Гурвица, необходимо и достаточно, чтобы при положительном коэффициенте характеристического уравнения  $\alpha_0$  главный определитель Гурвица и все его диагональные миноры должны быть положительными. Соответственно, система неустойчива [2].

## Критерий устойчивости Найквиста для АФХ разомкнутой системы

```
num1=[10];den1=[1 1];  
sys1=tf(num1,den1);  
[num2,den2]=pade(1,2);  
sys2=tf(num2,den2);  
num3=[4];den3=[38.4 1];  
sys3=tf(num3,den3);  
num4=[1];den4=[1/9 1/3 1];  
sys4=tf(num4,den4);  
sys5=series(sys1,sys2);  
sys6=series(sys5,sys3);  
sys7=series(sys6,sys4);  
%  
nyquist(sys7)
```

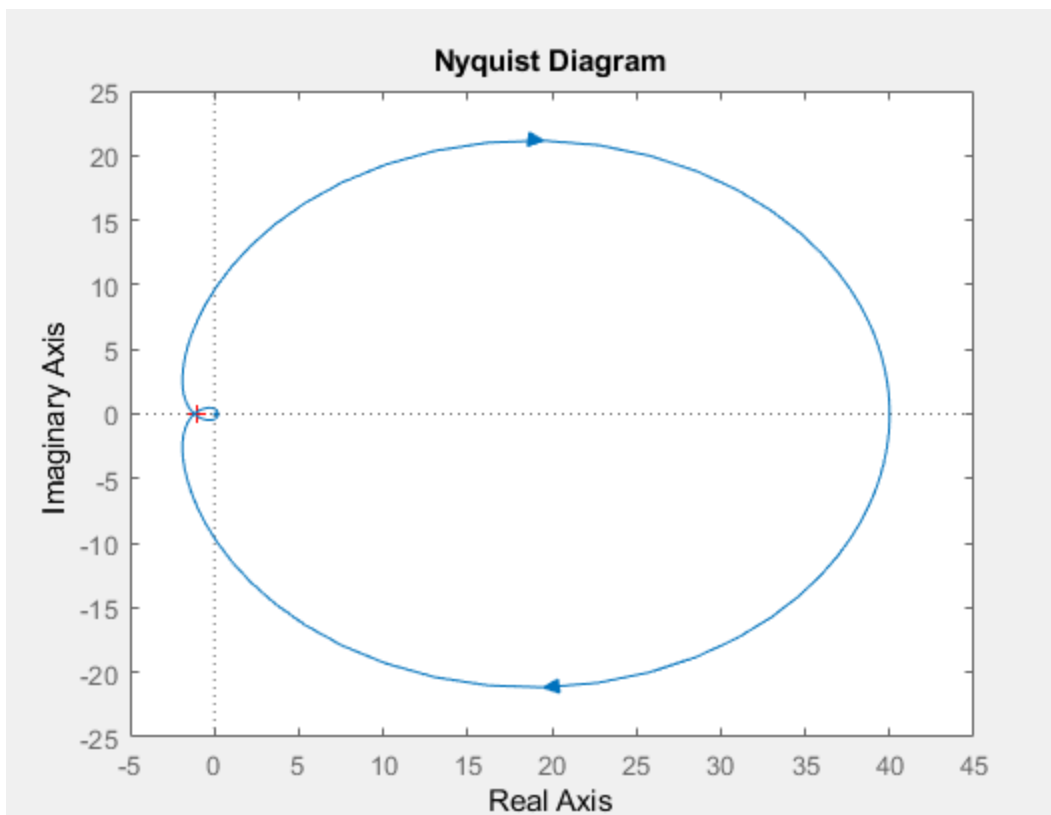


Рисунок 2 – График амплитудно-фазовой характеристики разомкнутой системы

Согласно критерию устойчивости Найквиста, для АФХ разомкнутой системы, данная система неустойчива, так как амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы охватывает точку  $(-1, j0)$ .

### **Список использованных источников**

1. Теория автоматического управления: Учеб. для вузов по спец. «Автоматика и телемеханика». В 2-х ч. Ч. I. Теория линейных систем автоматического управления / Н. А. Бабаков, А. А. Воронов, А. А. Воронова и др.; Под ред. А. А. Воронова.—2-е изд., перераб. и доп. — М.: Высш. шк., 1986.
2. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. М.: Наука, 1972