УДК 536.12

Канарейкин Александр Иванович
Kanareykin Aleksandr Ivanovich
Кандидат технических наук
Ph.D. of Engineering Sciences
Доцент кафедры общей физики
Associate Professor of the Department of General Physics
Sergo Ordzhonikidze Russian State University for Geological Prospecting
Москва, Россия
Moscow, Russia

РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ КОНВЕКТИВНОГО ПЕРЕНОСА ТЕПЛА ЧЕРЕЗ СТЕРЖЕНЬ

SOLUTION OF THE BOUNDARY VALUE PROBLEM OF CONVECTIVE HEAT TRANSFER THROUGH A ROD

Аннотация: в статье приводится решение задачи конвективного теплопереноса с учётом внешней теплоотдачи. При этом граничные условия заданы краевыми условиями. Решение приведено в декартовой системе координат. Также в работе рассмотрен частный случай, когда отсутствует отдача теплоты во внешнюю среду.

Abstract: the article provides a solution to the problem of convective heat transfer taking into account external heat transfer. In this case, the boundary conditions are set by the boundary conditions. The solution is given in the Cartesian coordinate system. The paper also considers a special case when there is no heat transfer to the external environment.

Ключевые слова: *теплопередача, конвективный перенос, матрица теплопроводности, температурное поле, теплообмен.*

Key words: *heat transfer, convective transfer, thermal conductivity matrix, temperature field, heat exchange.*

Уравнение конвективного переноса тепла в криволинейном стержне в случае стационарного обмена имеет вид [1, с. 42]

$$\rho c \upsilon S \frac{dT}{dx} - \chi (T_{\text{e}} - T) = 0 \,. \qquad (1)$$

где ρ – плотность жидкости, с – изобарная теплоемкость жидкости, S – площадь поперечного сечения, T_e – некоторая средняя по окружности внешняя температура, v – скорость теплоносителя, χ – коэффициент внешнего теплообмена.

Разделим обе части уравнения (1) на $\rho c \upsilon S$. Получим

$$\frac{dT}{dx} + \frac{\chi}{\rho c \upsilon S}(T - T_e) = 0 \,. \qquad (2)$$

Пусть

$$\frac{\chi}{\rho c \upsilon S} = \alpha \qquad (3)$$

Тогда, благодаря (3), уравнение (2) примет вид

$$\frac{dT}{dx} + \alpha (T - T_e) = 0 \qquad (4)$$

Решение этого дифференциального уравнения имеет вид [2, с. 175, 3, с. 300]

$$T = ce^{-\alpha x} + T_e \qquad (5)$$

Коэффициент с находится благодаря граничным условиям.

Рассмотрим прямолинейный теплоноситель длиной l (рис. 1)

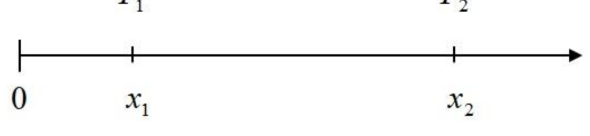

Рис. 1. Прямолинейный теплоноситель.

где $l = x_2 - x_1$.

Пусть в точке x_1 задана температура T_1. Требуется найти температуру T вдоль рассматриваемого теплоносителя, если задана внешняя температура окружающей среды T_e.

Из (5) для T_1 имеем

$$T_1 = ce^{-\alpha x_1} + T_e \tag{6}$$

Откуда

$$c = \frac{T_1 - T_e}{e^{-\alpha x_1}} \tag{7}$$

Подставим найденный коэффициент в общее решение уравнения.

$$T = \frac{T_1 - T_e}{e^{-\alpha x_1}} e^{-\alpha x} + T_e \tag{8}$$

$$T = (T_1 - T_e)e^{-\alpha(x - x_1)} + T_e \tag{9}$$

Если точку x_1 принять за 0, то получится следующее уравнение:

$$T = (T_1 - T_e)e^{-\alpha x} + T_e \tag{10}$$

Раскроем скобки и вынесем T_e за скобку

$$T = T_1 e^{-\alpha x} + T_e(1 - e^{-\alpha x}) \tag{11}$$

Таким образом, температура вдоль стержня является линейной функцией, зависящей от начальной и внешней температур

$$T = f(T_1, T_e) \quad \text{и} \quad T = k_1 T_1 + k_2 T_e \tag{12}$$

Температура на другом конце теплоносителя, то есть в точке $x = x_2$, благодаря (6) и (10) равна

$$T_2 = (T_1 - T_e)e^{-\alpha l} + T_e \tag{13}$$

Исследуем зависимость температуры на выходе T_2 в зависимости от χ и от υ.

1. Отсутствует внешняя теплоотдача (χ = 0).

α = 0, $e^{-\alpha l} = 1$, следовательно, $T_2 = T_1$.

При отсутствии отдачи теплоты во внешнюю среду температура на выходе T_2 равна температуре на входе T_1:

$T_2 = T_1$

2. Зависимость от скорости.

а) $\upsilon = 0$

$\alpha = \infty$, $e^{-\infty} = 0$, следовательно, $T_2 = T_e$.

б) $\upsilon >> 0$

$\alpha = 0$, следовательно, $T_2 = T_1$.

При нулевой скорости температура на выходе T_2 равна температуре окружающей среды T_e; при больших скоростях температура на выходе T_2 равна температуре на входе T_1.

Полученные результаты демонстрируют графики, изображенные на рисунке 2, зависимости T_2 от скорости при различных коэффициентах внешнего теплообмена.

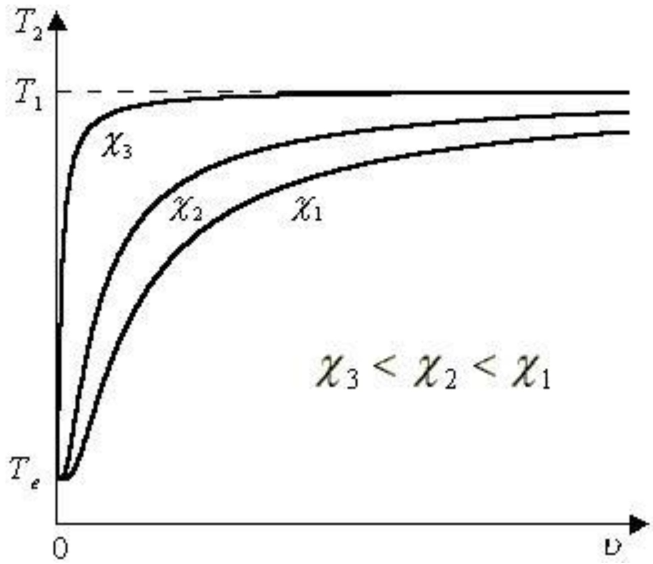

Рис. 2. Графики зависимости T_2 от скорости при различных коэффициентах внешнего теплообмена.

На рисунке 3 изображены графики зависимости температуры на выходе T_2 от длины теплоносителя при различных коэффициентах внешнего теплообмена.

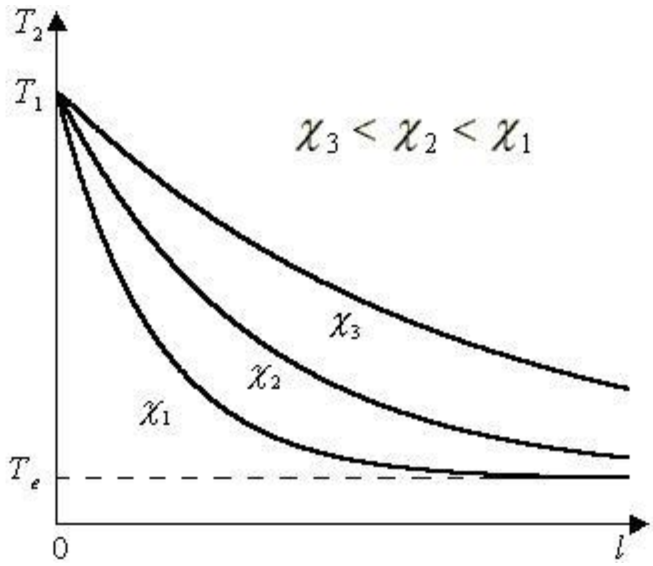

Рис. 3. Графики зависимости T_2 от длины при различных коэффициентах внешнего теплообмена.

В настоящей работе приведено решение распределения температурного поля стержня при заданных значениях температуры.

Как видим, полученные соотношения достаточно просты. Это объясняется классической геометрией рассматриваемых конфигураций и стационарностью самого процесса.

Библиографический список:

1. Канарейкин А. И. Уравнение переноса тепла в криволинейном стержне // Матрица научного познания, 2021. №4-1 – С.42-45.

2. Канарейкин А. И. Применение математического аппарата Берса к решению задачи теплопроводности // Научные труды Калужского государственного университета имени К.Э. Циолковского Сер. "Естественные науки" Калужский государственный университет им. К.Э. Циолковского, 2018. - С. 175-178.

3. Михеев М. А., Михеева И. М. Основы теплопередачи. Изд. 2-е, стереотип. М., «Энергия», 1977. - 344 с.